

DEVOIR À LA MAISON 1 : LOGIQUE ET RAISONNEMENTS POUR LE 24 SEPTEMBRE 2019

Prêtez une attention particulière à la rédaction.

Exercice 1 : Qui est le coupable ? (extrait de Tangente, numéro 64-65) il y a eu le 17 mars 2019, un crime commis à Ivry sur Seine. La victime a été abattue d'une balle de revolver dans la tête. Il y a cinq suspects. Chacun a donné quatre affirmations dont trois sont vraies et une est fausse. Voici ces affirmations :

1. **Monsieur X :**

- (a) J'étais à Lyon au moment du meurtre.
- (b) Je n'ai jamais tué personne.
- (c) Monsieur U est le meurtrier.
- (d) Monsieur T et moi sommes amis : nous nous sommes rencontrés à l'université.

2. **Monsieur Y :**

- (a) Je n'ai pas tué.
- (b) Je n'ai jamais eu de revolver entre les mains.
- (c) J'avais déjà rencontré monsieur U auparavant.
- (d) J'étais à Toulouse le 17 mars 2012.

3. **Monsieur Z :**

- (a) Monsieur Y ment lorsqu'il dit qu'il n'a jamais eu de revolver entre les mains.
- (b) Le crime a été commis le 17 mars.
- (c) Monsieur X était à Lyon au moment du meurtre.
- (d) L'un de nous est le meurtrier.

4. **Monsieur T :**

- (a) Je n'ai pas tué.
- (b) Monsieur U n'est jamais allé à Ivry sur Seine.
- (c) Je n'ai jamais rencontré monsieur X avant aujourd'hui.
- (d) Monsieur Y et moi étions à Toulouse le 17 mars 2012.

5. **Monsieur U :**

- (a) Je n'ai pas tué.
- (b) Je ne suis jamais allé à Ivry sur Seine.
- (c) Je n'ai jamais rencontré monsieur Y avant aujourd'hui.
- (d) Monsieur X a menti en disant que j'ai tué.

La conclusion ? élémentaire, mon cher Watson !

Exercice 2 : Sur la transitivité de l'implication

- a) Aucun stratège, s'il est bon tacticien, ne peut perdre une bataille.
- b) Un stratège audacieux a toujours la confiance de ses troupes.
- c) Aucun mauvais tacticien n'a la confiance de ses troupes.
- d) Les rois ne méprisent que les vaincus.

Question : Un stratège audacieux peut-il être méprisé de son roi ?

Exercice 3 : Raisonnement par l'absurde : Montrer que le réel $x = \frac{\log(2)}{\log(5)}$ n'est pas un nombre rationnel.

Exercice 4 : Récurrence

Démontrer par récurrence : $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 4 \Rightarrow 2^n \geq n^2$.