

Exercice 1 Soit $H \triangleleft S_n$, $n \geq 5$. M.g. $H = \{e\}$ ou $H = A_n$

Exercice 2 Soit $H \leq G$. On considère l'action de G sur $G/H = \{gH \mid g \in G\}$ donnée par $(g, xH) \mapsto gxH$.

a) Déterminer le stabilisateur de aH

b) Soit $\varphi: G \rightarrow \text{Bij}(G/H)$, $g \mapsto (xH \mapsto gxH)$
l'homomorphisme associé à cette action.

Montrer que $\ker \varphi = \bigcap_{a \in G} aHa^{-1}$

Exercice 3 Soit $H \leq G = S_n$, $(G:H) = n$. M.g. $H \cong S_{n-1}$

Indication: Montrer que dans ce cas, φ de l'exo 2b est un isomorphisme (si $n \geq 5$):

Exercice 4 M.g. $\text{PGL}_2(\mathbb{F}_5) \cong S_5$ et $\text{PSL}_2(\mathbb{F}_5) \cong A_5$