

Singularité des fonctions lisses : le théorème de détermination finie.

Dans ce projet, nous nous intéresserons à la classification des singularités des fonctions de classe \mathcal{C}^∞ . Plus précisément, nous travaillerons avec des fonctions de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R} lisses au voisinage de 0 et dont la différentielle en 0 est nulle. Nous dirons que deux fonctions f et g de ce type sont équivalentes s'il existe un changement de variables φ au voisinage de 0 tel que $f = g \circ \varphi$.

Nous définirons l'algèbre locale d'une fonction lisse f en 0 (plutôt du germe de f en 0) et nous verrons que sous certaines conditions sur la dimension de l'algèbre locale, il existe un changement de variables au voisinage de 0 tel que l'expression de f dans les nouvelles variables est polynomiale. Nous commencerons par voir le classique théorème de Morse puis nous généraliserons en étudiant le théorème de détermination finie.

Ce projet sera encadré par Philippe Monnier et utilise du calcul différentiel de base (sur \mathbb{R}^n) et un peu d'algèbre.