

A) Topologie générale :

1. ouverts, fermés, espaces séparés, comparaison des topologies.
2. Topologies quotient, produit, induite ...
3. Distances et topologie métrique.
4. norme et espace vectoriels normés. Comparaison des normes.

B) Continuité : définition avec la topologie.

1. Continuité dans les espaces métriques :
 - applications continues,
 - application uniformément continue
 - application Lipschitzienne et constante de Lipschitz associéeavec exemple et contre exemple :
 1. $f(x) = x^2$ est continue mais non uniformément continue sur \mathbb{R} . Elle est uniformément continue sur tout intervalle borné.
 2. l'application $f(x) = \sqrt{x}$ est uniformément continue sur \mathbb{R}^+ mais non Lipschitzienne : elle Hölderienne d'ordre $1/2$.
2. Continuité dans les espaces normés :
 - équivalence entre toutes les notions de continuité dans la cas linéaire.
 - définition de la norme $\|u\|$ dans $L(E,F) =$ constante de Lipschitz de u
 - cela définit une norme sur $L(E,F)$
 - définition du dual E' d'un espace normé E et du crochet de dualité, définition du bidual

C) Compacité :

1. Les espaces compacts : définition à l'aide de la propriété de Borel-Lebesgue
2. Propriétés des espaces compacts , théorème des bornes de Weierstrass.
3. Notion de valeurs d'adhérence. Dans un compact toute suite admet au moins une valeur d'adhérence et s'il n'y a qu'une seule valeur d'adhérence la suite converge vers cette valeur d'adhérence
4. Topologie produit pour une famille quelconque d'espaces topologiques ,
5. Théorème de Tychonov dans le cas général.
6. Caractérisation de la compacité par les suites dans les espaces métriques
7. Théorème de finitude de Riesz dans le cas d'un espace normé.

D) Connexité et connexité par arcs.

E) Espaces métriques complets et théorème du point fixe.