

Stage de M2 en Mathématiques Appliquées

Possibilité de prolongement en thèse

## Métamodélisation avec variables fonctionnelles de grande dimension

Contact : iain.henderson@isae-supaero.fr, roustant@insa-toulouse.fr,  
j.rohmer@brgm.fr, d.idier@brgm.fr

### Contexte scientifique du projet ANR SHORECAST

Les plages de sable, qui couvrent environ un tiers du littoral mondial libre de glace, fournissent des services récréatifs et écosystémiques essentiels tout en servant de zones tampons contre les inondations. Une analyse récente a révélé qu'un quart des plages de sable du monde sont en érosion chronique [6]. Cette situation va s'aggraver avec le changement climatique, près de la moitié des plages de sable étant menacées de disparition d'ici la fin du siècle [9].

Il reste cependant difficile de prédire cette évolution, à cause de processus naturels non linéaires qui interagissent à différentes échelles temporelles et spatiales, principalement sous l'effet des vagues et des changements du niveau moyen de la mer. Ensuite, les projections relatives au recul futur des côtes sont très incertaines en raison, par exemple, de la variabilité interne du système climatique ou de l'inexactitude des modèles d'érosion côtière, entraînant de profondes incertitudes [8]. Une stratégie optimale de planification côtière doit tenir compte de tous ces facteurs déterminants et de la manière dont ils interagissent entre eux. Pour atteindre cet objectif, il est primordial d'améliorer les méthodes de prévision de l'évolution du littoral en tenant compte des stratégies d'adaptation côtière. Ces méthodes nécessitent de réaliser des simulations d'ensemble (c'est-à-dire d'exécuter à plusieurs reprises la même simulation avec différents paramètres d'entrée) sur plusieurs décennies, en tenant compte de l'effet de l'élévation du niveau de la mer, mais aussi des vagues. **Dans ce contexte, le temps de calcul des vagues sur les zones côtières en évolution devient un obstacle majeur pour ces prévisions.**

Le projet ANR SHORECAST (2026-2031) impliquant le BRGM, l'ISAE-Supaéro, l'Institut de mathématiques de Toulouse (IMT), l'Université de Bordeaux et Waeles Marine Consultants, et dans lequel s'inscrit ce stage, vise à **créer une approche de modélisation hybride robuste et rapide pour prédire l'évolution du littoral des plages de sable**, en tenant compte du changement climatique et des stratégies dynamiques de gestion côtière dans divers contextes et à différentes échelles.

Ce stage a pour but d'être prolongé en thèse.

### Objectifs du stage

Le stage sera coencadré entre le BRGM, l'ISAE-Supaéro et l'IMT. Il vise à l'étude d'un **métamodèle** (ou modèle de substitution) peu coûteux en temps de calcul pour la **prévision rapide des conditions de vagues dans la zone de déferlement à partir des conditions au large et de la bathymétrie** (topographie du fond marin). Aborder ce problème demande d'intégrer des entrées et sorties fonctionnelles en surmontant le défi de la dimension liée aux variables fonctionnelles ainsi que de la quantification des incertitudes reflétant l'erreur liée à l'utilisation d'un métamodèle.

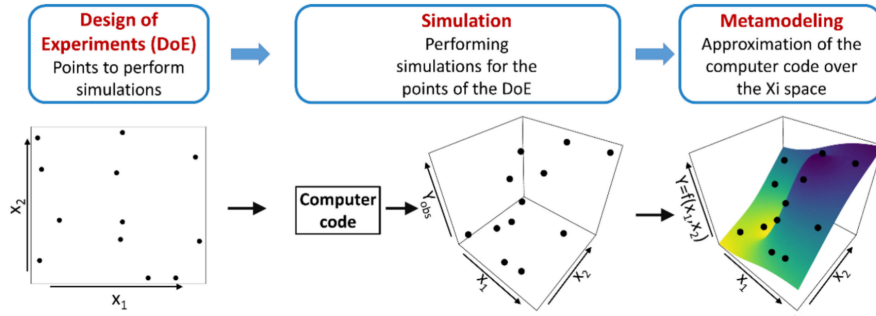


Figure 1: Illustration de la métamodélisation d'un code de calcul. Tiré de [5].

Un métamodèle est une fonction qui vise à reproduire le comportement d'un "vrai" modèle (sorties  $Y$ ) dans le domaine des paramètres d'entrée du modèle ( $X$ ) (Figure 1). Dans notre cas,  $X$  sont les conditions de vagues au large et un champ bathymétrique 2D, et  $Y$  sont des champs spatiaux de conditions de vagues au niveau de la côte. Un métamodèle est construit à l'aide d'un nombre limité d'expériences informatiques des simulations numériques coûteuses en temps). Un métamodèle basé sur un processus gaussien (GP) repose traditionnellement sur quelques centaines à quelques milliers d'expériences informatiques. Une fois sa précision validée, elle permet d'estimer les réponses du modèle avec un temps de calcul négligeable (de l'ordre de quelques secondes pour toute nouvelle configuration des entrées).

Dans ce contexte, le stage pourra aborder plusieurs axes de recherche possibles.

- **La conception et l'étude mathématique d'un métamodèle** basé sur des processus gaussiens [10] à **entrées-sorties fonctionnelles** [2] constitue une première question importante. En particulier, l'exploitation de la connaissance exacte de modèles de physique simplifiés dans un tel métamodèle [4] est une approche prometteuse de recherche.
- **La réduction de la dimension** des entrées et des sorties. Deux pistes de recherche sont considérées, via une analyse en composantes principales (ACP) fonctionnelle comme décrite dans [3] (approche linéaire), ou une ACP fonctionnelle à noyau (approche non linéaire, [7]).
- Pour obtenir une **quantification des incertitudes robuste**, des métamodèles à base de **processus elliptiques** seront aussi considérés ([1], Figure 2).

Selon le profil du/de la candidat.e, une sous-partie des axes de recherche ci-dessus pourra être privilégiée pendant le stage.

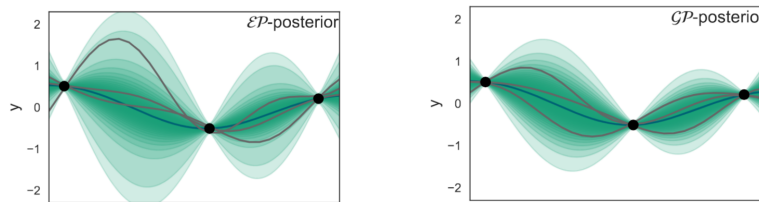


Figure 2: Illustration de résultats de quantification d'incertitude en une dimension, à partir d'un processus elliptique (gauche) et d'un processus gaussien (droite). Adapté de [1].

## Profil recherché et candidature

- Niveau M2 Master recherche ou Ecole d'ingénieurs, spécialité Mathématiques appliquées.
- Maîtrise d'un langage de programmation "scientifique" de haut niveau (type Python, Matlab/Octave, R).
- Bon niveau en anglais écrit et parlé.

Si possible :

- Goût pour les études appliquées et le travail en projets coopératifs.
- Aptitudes personnelles : autonomie, ouverture d'esprit, sens du travail en équipe, ...

## Modalités de candidature

- Nous faire parvenir un CV, les relevés de note M1-M2 (ou équivalents école d'ingénieur), une lettre de motivation et, si possible, une lettre de recommandation.

## Modalités pratiques

- Equipe d'encadrement : **Iain Henderson** (ISAE-Supaéro, enseignant-chercheur), **Olivier Roustant** (INSA/IMT, Professeur des universités), **Jérémy Rohmer** (BRGM, ingénieur de recherche), **Déborah Idier** (BRGM, ingénieur de recherche, leader de SHORECAST).
- Le stage sera hébergé à l'ISAE-Supaéro ou à l'IMT.

## References

- [1] M. Bånkestad, J. Sjölund, J. Taghia, and T. B. Schön. Variational elliptical processes. *Transactions on Machine Learning Research*, 2023.
- [2] P. Batlle, M. Darcy, B. Hosseini, and H. Owhadi. Kernel methods are competitive for operator learning. *Journal of Computational Physics*, 496:112549, 2024.
- [3] J. Betancourt, F. Bachoc, T. Klein, D. Idier, R. Pedreros, and J. Rohmer. Gaussian process metamodelling of functional-input code for coastal flood hazard assessment. *Reliability Engineering & System Safety*, 198:106870, 2020.
- [4] I. Henderson, P. Noble, and O. Roustant. Characterization of the second order random fields subject to linear distributional PDE constraints. *Bernoulli*, 29(4):3396–3422, 2023.
- [5] D. Idier, A. Aurouet, F. Bachoc, A. Bails, J. Betancourt, F. Gamboa, T. Klein, A. F. López-Lopera, R. Pedreros, J. Rohmer, et al. A user-oriented local coastal flooding early warning system using metamodelling techniques. *Journal of Marine Science and Engineering*, 9(11):1191, 2021.
- [6] A. Luijendijk, G. Hagenaars, R. Ranasinghe, F. Baart, G. Donchyts, and S. Aarninkhof. The state of the world's beaches. *Scientific reports*, 8(1):6641, 2018.
- [7] B. Schölkopf, A. Smola, and K.-R. Müller. Nonlinear component analysis as a kernel eigenvalue problem. *Neural computation*, 10(5):1299–1319, 1998.
- [8] R. Thiéblemont, G. Le Cozannet, J. Rohmer, A. Toimil, M. Álvarez-Cuesta, and I. J. Losada. Deep uncertainties in shoreline change projections: an extra-probabilistic approach applied to sandy beaches. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 21(7):2257–2276, 2021.
- [9] M. I. Voudoukas, R. Ranasinghe, L. Mentaschi, T. A. Plomaritis, P. Athanasiou, A. Luijendijk, and L. Feyen. Sandy coastlines under threat of erosion. *Nature climate change*, 10(3):260–263, 2020.
- [10] C. K. Williams and C. E. Rasmussen. *Gaussian processes for machine learning*, volume 2. MIT press Cambridge, MA, 2006.