

Stabilisation asymptotique : aimant en lévitation

Contexte : On s'intéressera dans ce stage au problème de contrôle et de stabilisation autour d'un équilibre d'une équation différentielle. Mathématiquement, la question est la suivante : considérons un système physique dans un certain état y_0 à l'instant 0, sur lequel on agit à l'aide d'un contrôle u , l'évolution du système étant régie par une équation différentielle ordinaire. On obtient un problème de la forme

$$(\clubsuit) \quad y'(t) = f(y(t), u(t)), \quad y(0) = y_0.$$

On se pose alors les questions suivantes :

- **Contrôle** – considérant un état cible y_1 et un temps final T , peut-on trouver un contrôle u tel que notre système soit dans l'état y_1 au temps T , autrement dit tel que la solution de (\clubsuit) vérifie $y(T) = y_1$?
- **Stabilisation** – considérant un état d'équilibre du système, c'est-à-dire (\bar{y}, \bar{u}) tel que $f(\bar{y}, \bar{u}) = 0$, peut-on choisir trouver un contrôle u tel que la solution de (\clubsuit) vérifie $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \bar{y}$?

On appliquera ces notions à un dispositif de suspension magnétique : une boule magnétique de masse m est maintenue en lévitation par un électroaimant relié à un circuit électrique. L'objectif est de maintenir la boule en suspension à une hauteur donnée $h > 0$ en contrôlant la tension u aux bornes du circuit.

Prérequis : algèbre linéaire de base, analyse de base, équations différentielles de base.

Références bibliographiques et électroniques:

- E. Trélat, *Contrôle optimal : théorie et applications*.
- J.-P. Demailly, *Analyse Numérique et équations différentielles*.
- F. Filbet, *Analyse Numérique – Algorithmes et étude mathématique*.

¹jeremi.darde@math.univ-toulouse.fr